2021年普通高等学校招生全国统一考试

北京卷·数学

**第一部分（选择题共40分）**

**一、选择题共10小题，每小题4分，共40分，在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．**

1. 已知集合，，则（ ）

A. B. C. D.

2. 在复平面内，复数满足，则（ ）

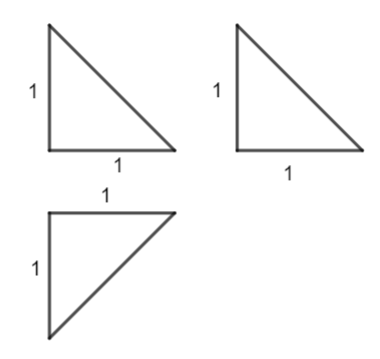
A. 1 B.i C.  D. 

3.设函数的定义域为，则“函数在上单调递增”是“函数在上的最大值为”的（ ）

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 某四面体的三视图如图所示，该四面体的表面积为（ ）



A.  B. C.  D. 

5. 双曲线过点，离心率为，则该双曲线的标准方程为（ ）

A.  B.  C.  D. 

6.已知和是两个等差数列，且是常值，若，，，则的值为（ ）

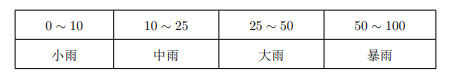
A.  B. 100 C. 128 D. 132

7.已知函数，则该函数（ ）

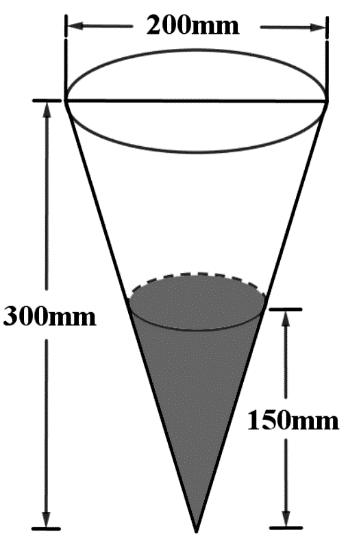
A. 奇函数，最大值为2 B. 偶函数，最大值为2

C. 奇函数，最大值为 D. 偶函数，最大值为

8.对24小时内降水在平地上的积水厚度（mm）进行如下定义：



小明用一个圆锥形容器接了24小时的雨水，则这一天的雨水属于哪个等级（ ）



A. 小雨 B. 中雨 C. 大雨 D. 暴雨

9. 已知圆，直线，则当的值发生变化时，直线被圆C所截的弦长的最小值为1，则的取值为（ ）

A.  B.  C.  D. 

10. 数列是递增的整数数列，且，，则的最大值为（ ）

A. 9 B. 10 C. 11 D. 12

**第二部分（非选择题共110分）**

**二、填空题5小题，每小题5分，共25分．**

11. 的展开式中常数项为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

12. 已知抛物线，*C*焦点为，点在上，且，则的横坐标是\_\_\_\_\_\_\_；作轴于，则\_\_\_\_\_\_\_．

13. ，，，则\_\_\_\_\_\_\_；\_\_\_\_\_\_\_．

14. 若点与点关于轴对称，写出一个符合题意的值\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

15. 已知，给出下列四个结论：

①若，则有两个零点；

②，使得有一个零点；

③，使得有三个零点；

④，使得有三个零点．

以上正确结论的序号是\_\_\_\_\_\_\_．

**三、解答题共6小题，共85分，解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．**

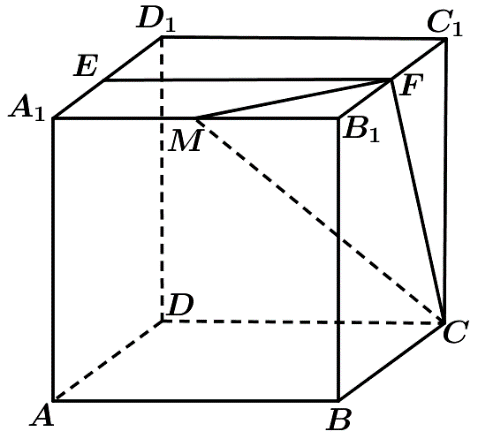
16. 已知在中，，．

（1）求的大小；

（2）在三个条件中选择一个作为已知，使存在且唯一确定，并求出边上的中线的长度．

①；②周长为；③面积为；

17. 已知正方体，点为中点，直线交平面于点．



（1）求证：点为中点；

（2）若点为棱上一点，且二面角的余弦值为，求的值．

18. 为加快新冠肺炎检测效率，某检测机构采取“*k*合1检测法”，即将*k*个人的拭子样本合并检测，若为阴性，则可确定所有样本都是阴性的；若为阳性，则还需要对本组的每个人再做检测．现有100人，已知其中2人感染病毒．

（1）①若采用“10合1检测法”，且两名患者在同一组，求总检测次数；

②已知10人分成一组，分10组，两名感染患者在同一组的概率为，定义随机变量*X*为总检测次数，求检测次数*X*的分布列和数学期望*E*(*X*)；

（2）若采用“5合1检测法”，检测次数*Y*的期望为*E*(*Y*)，试比较*E*(*X*)和*E*(*Y*)的大小(直接写出结果)．

19. 已知函数．

（1）若，求在处的切线方程；

（2）若函数在处取得极值，求的单调区间，以及最大值和最小值．

20. 已知椭圆过点，以四个顶点围成的四边形面积为．

（1）求椭圆*E*的标准方程；

（2）过点*P*(0，-3)的直线*l*斜率为*k*，交椭圆*E*于不同的两点*B*，*C*，直线*AB*，*AC*交*y*=-3于点*M*、*N*，若|*PM*|+|*PN*|≤15，求*k*的取值范围．

21. 定义数列：对*p*∈**R**，满足：①，；②；③，．

（1）对前4项2，-2，0，1的数列，可以是数列吗？说明理由；

（2）若是数列，求的值；

（3）是否存在*p*∈**R**，使得存在数列，对任意满足？若存在，求出所有这样的*p*；若不存在，说明理由．